вар.	ф. номер	гр.	пот.	к.	сп.	име
1						

ПИСМЕН ИЗПИТ ПО ВИСША АЛГЕБРА
всички специалности
19.09.2005 г.

Задача 1. (1,5 точки) В множеството

$$G = \{\,(a,b) \mid a,b \in \mathbb{R},\ a \neq 0\,\}$$

е въведена бинарната операция

$$(a_1,b_1)\circ(a_2,b_2) = (a_1a_2, a_1b_2 + b_1a_2^{-1})\,.$$

Да се докаже, че:

а) G е група относно тази операция;

б) Подмножеството $H = \{(1,b) \mid b \in \mathbb{R}\}$ е нормална подгрупа на G и фактор-групата G/H е изоморфна на мултипликативната група $\mathbb{R}^* = \mathbb{R}\setminus\{0\}$.

Задача 2 (1,5 точки) Нека R е пръстенът на остатъци $\mathbb{Z}_{52}$.

а) Да се опишат всички идеали в пръстена R;

б) Да се опишат всички всички максимални идеали в пръстена R (т.е. тези идеали I, за които факторпръстенът R/I е поле).

Задача 3. (1 точка) Да се намери степенният сбор

$$S_3 = x_1^3 + x_2^3 + x_3^3$$

от корените на полинома $f(x) = x^3 + x + 1$.

вар.	ф. номер	гр.	пот.	к.	сп.	име
2						

ПИСМЕН ИЗПИТ ПО ВИСША АЛГЕБРА
всички специалности
19.09.2005 г.

Задача 1. (1,5 точки) В множеството

$$G = \{\,(a,b) \mid a,b \in \mathbb{R},\ a \neq 0\,\}$$

е въведена бинарната операция

$$(a_1,b_1)\circ(a_2,b_2) = (a_1a_2, a_1b_2 + b_1a_2^{-1})\,.$$

Да се докаже, че:

а) G е група относно тази операция;

б) Подмножеството $H = \{(1,b) \mid b \in \mathbb{R}\}$ е нормална подгрупа на G и фактор-групата G/H е изоморфна на мултипликативната група $\mathbb{R}^* = \mathbb{R}\setminus\{0\}$.

Задача 2 (1,5 точки) Нека R е пръстенът на остатъци $\mathbb{Z}_{44}$.

а) Да се опишат всички идеали в пръстена от остатъци R;

б) Да се опишат всички всички максимални идеали в пръстена R (т.е. тези идеали I, за които факторпръстенът R/I е поле).

Задача 3. (1 точка) Да се намери степенният сбор

$$S_3 = x_1^3 + x_2^3 + x_3^3$$

от корените на полинома $f(x) = x^3 + 2x + 1$.

вар.	ф. номер	гр.	пот.	к.	сп.	име
3						

ПИСМЕН ИЗПИТ ПО ВИСША АЛГЕБРА
всички специалности
19.09.2005 г.

Задача 1. (1,5 точки) В множеството

$$G = \{\,(a,b) \mid a,b \in \mathbb{R},\ a \neq 0\,\}$$

е въведена бинарната операция

$$(a_1,b_1)\circ(a_2,b_2) = (a_1a_2, a_1b_2 + b_1a_2^{-1})\,.$$

Да се докаже, че:

а) G е група относно тази операция;

б) Подмножеството $H = \{(1,b) \mid b \in \mathbb{R}\}$ е нормална подгрупа на G и фактор-групата G/H е изоморфна на мултипликативната група $\mathbb{R}^* = \mathbb{R}\setminus\{0\}$.

Задача 2 (1,5 точки) Нека R е пръстенът на остатъци $\mathbb{Z}_{45}$.

а) Да се опишат всички идеали в пръстена от остатъци $\mathbb{Z}$;

б) Да се опишат всички всички максимални идеали в пръстена R (т.е. тези идеали I, за които факторпръстенът R/I е поле).

Задача 3. (1 точка) Да се намери степенният сбор

$$S_3 = x_1^3 + x_2^3 + x_3^3$$

от корените на полинома $f(x) = x^3 + 3x + 1$.

вар.	ф. номер	гр.	пот.	к.	сп.	име
4						

ПИСМЕН ИЗПИТ ПО ВИСША АЛГЕБРА
всички специалности
19.09.2005 г.

Задача 1. (1,5 точки) В множеството

$$G = \{\,(a,b) \mid a,b \in \mathbb{R},\ a \neq 0\,\}$$

е въведена бинарната операция

$$(a_1,b_1)\circ(a_2,b_2) = (a_1a_2, a_1b_2 + b_1a_2^{-1})\,.$$

Да се докаже, че:

а) G е група относно тази операция;

б) Подмножеството $H = \{(1,b) \mid b \in \mathbb{R}\}$ е нормална подгрупа на G и фактор-групата G/H е изоморфна на мултипликативната група $\mathbb{R}^* = \mathbb{R}\setminus\{0\}$.

Задача 2 (1,5 точки) Нека R е пръстенът на остатъци $\mathbb{Z}_{50}$.

а) Да се опишат всички идеали в пръстена от остатъци $\mathbb{Z}$;

б) Да се опишат всички всички максимални идеали в пръстена R (т.е. тези идеали I, за които факторпръстенът R/I е поле).

Задача 3. (1 точка) Да се намери степенният сбор

$$S_3 = x_1^3 + x_2^3 + x_3^3$$

от корените на полинома $f(x) = x^3 + 4x + 1$.